

Research Paper

Laboratory Investigation of Piano Key Weir Wall Angle (in Horizontal and Vertical Directions and Simultaneously in Both Directions) on Flow Discharge CoefficientSahar hasanzadeh¹,gholam abbas barani^{2*}

¹ M.Sc., Water Eng. and Hydraulic Structures, Department of Civil Engineering, Sirjan Technologi University, Iran, sahar.hasanzadeh.0003@gmail.com

² Professor, Department of Civil Engineering, Sirjan Technologi University, Sirjan, Iran, gab@uk.ac.ir

[10.22125/IWE.2023.326249.1594](https://doi.org/10.22125/IWE.2023.326249.1594)

Received:

January 24, 2022

Accepted:

June 24, 2022

Available online:

October 3, 2023

Keywords:**Discharge coefficient, Laboratory model, Piano key weir, Wall angle.****Abstract**

Piano key weir is a new form of nonlinear overflow that has been considered in recent years to increase the discharge coefficient and water storage in dam reservoirs, as well as flood discharge. The aim of this study is to investigate the effect of the angle of the side walls of the weir in the horizontal, vertical directions and simultaneous in both directions on the discharge coefficient. Hydraulic performance of 8 geometric parameters (W: weir width, W_i : inlet key width, W_o : outlet key width, P: weir height, L: weir length, H: water surface depth, α : horizontal wall angle, β : vertical wall angle) on discharge coefficient Using 6 models of PVC material, by labeling $P_{\alpha\beta}$ was tested in a laboratory flume. The experiments were performed on a rectangular piano key weir as a control and a trapezoidal piano key weir with P_{0710} , P_{9013} , P_{0390} , P_{0311} and P_{0505} side wall angles. A total of 1598 data were measured to investigate the discharge coefficient and 1584 data for water level profiles. Based on the high flow results, the discharge coefficient of the trapezoidal piano key weirs in the P_{0505} model with a value of 41.6% is higher than the rectangular piano key weirs. The maximum discharge coefficient with a value of $C_d = 4.96$ with a flow rate of $0.0105 \text{ m}^3/\text{s}$, related to the P_{9013} model in the trapezoidal piano key weir with wall angle $\alpha=0$ and $\beta=13^\circ$ and the lowest discharge coefficient with a value of $C_d=0/44$ with a flow rate of $0.0521 \text{ m}^3/\text{s}$ is related to the piano key weir in the P_{0505} model. In these models, the most influential factor on the discharge coefficient is the dimensionless geometric parameter $\frac{L}{W}=5/66\%$, which is based on the method of analysis of evIEWS statistical software with the method of least squares by the discharge coefficient equation.

1. Introduction

According to the research conducted in the field of hydraulic comparison of piano key weir and zigzag weir of rectangular plan, The share of discharge on the crown of the input key, the output key and the side walls in the piano key weir is more than the rectangular weir And the most influential factor in increasing the discharge coefficient is the side walls (Le et al., 2021). According to the researches and reviews of the researchers, the angle of the side walls α separately in the horizontal and vertical directions is a useful parameter. An increase of α by 5 degrees increases the discharge coefficient to

* **Corresponding Author:** gholam abbas barani

Address: Department of Civil Engineering, Sirjan Technologi University, Sirjan, Iran

Email: gab@uk.ac.ir

Tel: 09131404433

about 4%. If the increase of α is 10.25 degrees, it causes a decrease in the discharge coefficient from 5.5 to 8 percent. As a result, the best range of α changes is between zero and 5 degrees (Khassef and Al-Baghdadi, 2015).

Until now, most of the researches on the piano key weir have been of the rectangular type. In this type of weir, the side walls are parallel to each other, and therefore, in high water load, local absorption occurs and causes a decrease in the performance of the weir. By changing the angles of the side walls simultaneously in both horizontal and vertical directions and converting the rectangular piano key weir into a trapezoid type, the change in the weir function can be checked, which is one of the goals and innovations of this research.

In this research, the effect of side wall angles in horizontal and vertical direction and also simultaneously in both horizontal and vertical directions in the trapezoidal piano key weir on the upstream water load and the discharge coefficient have been studied and tested and the results obtained have been compared with the rectangular weir and the researches of other researchers.

2. Materials and Methods

In this research, 6 laboratory models with three full input keys and two half input keys on the sides have been used. All the built models are installed at a distance of 7 meters from the beginning of the flume and the overflow surface is completely leveled. The flow range was considered variable from 0.0105 to 0.0521 cubic meters per second and 8 discharge have been measured for each model.

The details of the changes of α and β angles in the field of design and implementation in three modes of perpendicular, acute and open angles and four modes included a) The angle of the wall in the horizontal direction is zero and in the vertical direction in both clockwise and anti-clockwise positions, b) The angle of the wall in the horizontal direction is greater than zero and in the vertical direction in both clockwise and anti-clockwise positions, c) The angle of the wall in the horizontal direction is smaller than zero and in the vertical direction in two clockwise and anti-clockwise modes and d) The angle of the wall in the horizontal direction is greater than zero and in the vertical direction it is zero was calculated and tested.

The calculation of the ratio of the width of the input key to the width of the output key was done according to the trapezoidal geometry of this weir in the two areas of the weir crown and the flume floor. In this research, according to the dimensions of the flume, the angles in the vertical and horizontal direction and the ratio of the width of the input key to the width of the output key (W_i/W_o) have been calculated and designed in a way to maintain the trapezoidal geometry of the weir.

Also, in the constructed models, the width of the input key is lower than the width of the output key in the weir crown and this width increases as it approaches the bottom of the flume. The length of the crowns and the hydraulic coefficient (the ratio of the width of the input key to the width of the output key) are considered variable in all models.

3. Results

In a certain transverse range, due to the same type of weirs, the discharge coefficient increases with the increase of the wall angle in the vertical direction. According to the results obtained from EVIEWS software, the ratio of crown length to weir width with $L/W = 5.66\%$ is the most effective factor in the discharge coefficient and Also, by increasing the water load and assuming a constant height of the trapezoidal piano key weir with different wall angles, the ratio of water depth to the weir height with the value of $H_t/P = 5.24\%$ will decrease the discharge coefficient. Also, according to the results obtained from EVIEWS statistical software, increasing the angle in the vertical direction $\beta=2.82$ has a greater effect than in the horizontal direction.

The results obtained from EVIEWS software and the comparison of the influence of the wall angle and the ratio of the width of the input key to the width of the output key in the trapezoidal piano key weir with the rectangular piano key weir on the discharge coefficient with the values of $W_i/W_o=0.84\%$, $\beta=2.82$ and $\alpha=1.04$, which means that the influence of the wall angle is greater.

4. Discussion and Conclusion

The results of the water level profile test in eight discharges with sizes of 0.0105, 0.0163, 0.0221, 0.0282, 0.0342, 0.0402, 0.0461 and 0.0521 cubic meters per second have been tested. Based on the results of the experiments and the graph of the variation of the discharge coefficient (C_d) against the water depth (H_t), at low ratios H_t/P , the flow falling blades do not collision and interfere with each

other, and the weir shows the highest discharge coefficient. Gradually, with the increase of the H_t/P ratio, the flow drop blades in the output key start to collide and interfere with each other, the result of these collisions is an rise in the flow and a decrease in the discharge coefficient.

At high flows, the water load in the rectangular piano key weir is more than the trapezoidal piano key weir, and with the increase of water load, the interference of the passing flow increases, and as a result, the C_d coefficient decreases. The discharge coefficient at high discharges of trapezoidal weirs with the angle of the side walls in the horizontal and vertical direction in models P 13 90, P 11 03, P 10 07, P 90 03 and P 05 05 are respectively equal to 25.9, 11.1, 37.9, 24.9 and 41.6 percent have been obtained.

5. Six important references

- 1) Crookston, B. M., Anderson, R. M., and B. P. Tullis. 2018. Free-flow discharge estimation method for piano key weir ies. *Journal of Hydro-environment Research*, 19, 160167.
- 2) Khassaf, S. I., and M. B. Al-Baghdadi. 2015. Experimental Study of non-Rectangular Piano Key Weir Discharge Coefficient. *International Journal of Energy and Environment*, 6(5): 425.
- 3) Kumar, M. Sihag, P. Tiwari, N. and S. Ranjan. 2020. Experimental Study and Modelling Discharge Coefcient of Trapezoidal and Rectangular Piano Key Weirs. *Applied Water Science*, 10: 1-9.
- 40 Le, A. T., Hiramatsu, K., and T. Nishiyama. 2021. Hydraulic Comparison Between Piano Key Weir and Rectangular Labyrinth Weir. *International Journal of GEOMATE*, 20(82): 153-160.
- 4) Leite Ribeiro, M. Bieri, M. Boillat, J. L. Schleiss, A. Singhal, G. and N. Sharma. 2012. Discharge Capacity of Piano Key Weirs. *Journal of Hydraulic Engineering*, 138(2): 199-203.
- 5) Novak, P. Guinot, V. Jeffrey, A. and D. E. Reeve. 2018. *Hydraulic Modelling –An Introduction: Principles, Methods and Applications*. Spon Press. New York.

Conflict of Interest

Authors declared no conflict of interest.

Acknowledgments

We are grateful to

بررسی آزمایشگاهی تأثیر زاویه دیوار جانبی (در راستای افقی و قائم و هم‌زمان در هر دو راستا) سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای بر ضریب تخلیه جریان

سحر حسن زاده^۱، غلامعباس بارانی^{۲*}

تاریخ ارسال: ۱۴۰۰/۱۱/۰۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۴/۰۳

مقاله پژوهشی

چکیده

سرریز کلید پیانویی، شکل جدیدی از سرریزهای غیرخطی می‌باشد که در سال‌های اخیر برای افزایش ضریب تخلیه و ذخیره‌سازی آب در مخزن سدها، همچنین تخلیه سیلاب مورد توجه قرار گرفته است. پژوهش حاضر با هدف بررسی تأثیر زاویه دیواره‌های جانبی سرریز در راستای افقی، عمودی و هم‌زمان در هر دو راستا بر روی ضریب تخلیه مورد مطالعه آزمایشگاهی قرار گرفت. عملکرد هیدرولیکی ۸ پارامتر هندسی (عرض سرریز W ، عرض کلید ورودی W_i ، عرض کلید خروجی W_o ، ارتفاع سرریز P ، طول سرریز L ، عمق آب در سرریز H_t ، زاویه دیواره در راستای افقی α و زاویه دیواره در راستای قائم β بر حسب درجه) بر روی ضریب تخلیه با استفاده از ۶ مدل از جنس پلکسی گلاس، با نام‌گذاری $P_{\alpha\beta}$ در فلوم آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار گرفت. آزمایش‌ها روی سرریز کلید پیانویی مستطیلی به عنوان شاهد و سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای با زاویه دیواره جانبی P_{γ_1} ، P_{γ_2} ، P_{γ_3} ، P_{γ_4} ، P_{γ_5} و P_{γ_6} اجرا شد. در مجموع ۱۵۹۸ داده برای بررسی ضریب تخلیه، شامل: عمق آب در سرریز H_t ، دبی جریان Q و طول تاج سرریز L_w و ۱۵۸۴ داده برای پروفیل سطح آب، شامل: دبی جریان و عمق آب اندازه‌گیری شده است. بر اساس نتایج با دبی‌های بالا، ضریب تخلیه سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای در مدل P_{γ_5} با مقدار ۴۱/۶ درصد، بیشتر از سرریز کلید پیانویی مستطیلی می‌باشد. بیش‌ترین ضریب تخلیه با مقدار $C_d=4/96$ در دبی $0/0105$ مترمکعب بر ثانیه، مربوط به مدل P_{γ_3} در سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای با زاویه دیواره $\alpha=0$ و $\beta=13^\circ$ و کم‌ترین ضریب تخلیه با مقدار $C_d=0/44$ در دبی $0/0521$ مترمکعب بر ثانیه مربوط به سرریز کلید پیانویی در مدل P_{γ_5} می‌باشد. براساس نرم‌افزار آماری ایویوز با روش حداقل مربعات در این مدل‌ها، بیش‌ترین عامل تأثیرگذار روی ضریب تخلیه، پارامتر هندسی بی‌بعد طول تاج به عرض کانال $L/W=5/66\%$ می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: زاویه دیواره، سرریز کلید پیانویی، ضریب تخلیه جریان، مدل آزمایشگاهی.

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان،

ایران. sahar.hasanzadeh.0003@gmail.com

^۲ استاد، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، ایران. (نویسنده مسول) gab@uk.ac.ir



مقدمه

سرریز، سازه‌ای هیدرولیکی است که می‌بایست کاربردهایی مانند عبور آب اضافی ناشی از سیلاب، مهار سطح آب در مخزن، انحراف جریان، کاهش فرسایش رودخانه و راندمان بالایی داشته باشد، تا زمانی که حد تراز آب از حد نرمال افزایش می‌یابد، امکان خروج آب اضافی از سراب به سمت پایاب را فراهم سازد. افزایش تقاضا برای ذخیره‌سازی آب در مخزن سدها، احتمال وقوع بارش‌های سیلابی، انتظار جامعه انسانی و بازنگری مطالعات هیدرولوژیکی موجب شده تا موضوع ایمنی سد از اهمیت بیشتری برخوردار باشد. با توجه به محدود بودن فضای احداث سد، نیاز روز افزون به منابع آبی جهان و دوره بازگشت سیلاب می‌بایست از طریق مدیریت منابع موجود و جلوگیری از هدر رفتن آب و اعمال هزینه‌های زیاد آن را مدیریت و جبران نمود. معمولاً دو مشکل اساسی در تخلیه آب از سرریزها وجود دارد که خطر ناکافی بودن ظرفیت تخلیه سرریز و اثرات مخرب رسوب‌گذاری می‌باشد. بر همین اساس کمیته بین‌المللی سدهای بزرگ اعلام کرد که حدود $\frac{1}{3}$ سرریز سدهای ساخته شده در جهان دارای عدم ظرفیت کافی تخلیه در زمان وقوع سیلاب می‌باشند. (Laugier et al., 2009) به همین منظور مؤسسات و پژوهشگران مختلفی به دلیل رفع این ایرادات و مشکلاتی از قبیل هزینه‌های زیاد، حجم زیاد مصالح، بارهای بیش از حد وارد شده به بدنه سرریز و نیز فونداسیون زیاد جهت اصلاح طرح سرریزهای موجود اقدام نمودند.

سرریزهای غیرخطی دارای انواع مختلفی می‌باشند که سرریز کلید پیانویی حالت توسعه یافته سرریزهای غیرخطی است. سرریز کلید پیانویی به منظور افزایش ظرفیت تخلیه در سرریزهای زیگزاکی، طراحی شده است و در جایی که برای احداث سرریز محدودیت فضا وجود داشته باشد، برای افزایش طول تاج و در نتیجه افزایش ظرفیت تخلیه از سرریز غیرخطی استفاده می‌شود (Crookston et al., 2018).

افزایش طول تاج سرریز در یک عرض ثابت آبراهه سرریز و به ازای یک بار آبی ثابت، دبی مؤثر این سرریزها را سه تا چهار برابر نسبت به سرریز خطی افزایش می‌دهد (Anderson and Tullis, 2012).

نتایج حاصل در این پژوهش حاکی از آن بود که در سرریز کلید پیانویی افزایش عرض کلیدهای ورودی باعث افزایش ضریب تخلیه سیلاب می‌شود و کاهش عرض کلیدهای خروجی باعث ایجاد پدیده مستغرق موضعی در کلیدهای خروجی می‌شود و در نتیجه کاهش ضریب تخلیه سیلاب را به همراه دارد (کبیری و همکاران، ۱۳۹۰).

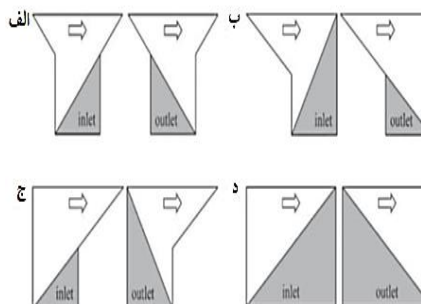
سرریزهای کلید پیانویی بر اساس نحوه قرارگیری و ترکیب شیروانی‌ها به چهار گروه تقسیم می‌شوند که عبارت‌اند از:

الف) نوع A، در بالادست و پایین‌دست دارای شیروانی می‌باشد.

ب) نوع B، در بالادست دارای شیروانی می‌باشد.

ج) نوع C، در پایین‌دست دارای شیروانی می‌باشد.

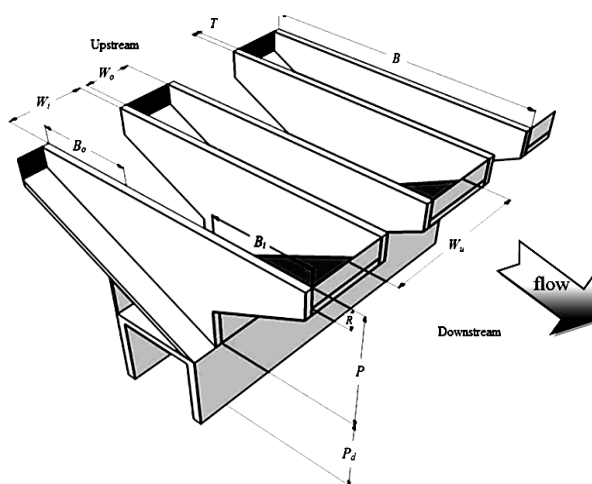
د) نوع D، فاقد شیروانی است. (Leite Riberio et al., 2012)



شکل (۱): انواع مدل‌های مختلف سرریز کلید پیانویی (لیت ریبیرو و همکاران، ۲۰۱۲)

طبق تحقیقات انجام شده در زمینه مقایسه هیدرولیک سرریز کلید پیانویی و سرریز زیگزاگی پلان مستطیلی، سهم تخلیه بر روی تاج کلید ورودی، کلید خروجی و دیواره‌های جانبی در سرریز کلید پیانویی بیشتر از سرریز مستطیلی است و بیشترین عامل تأثیرگذار در افزایش ضریب تخلیه دیواره‌های جانبی می‌باشد (Le et al., 2021).

پارالانگ و همکاران، نام‌گذاری پارامترهای هندسی سرریز کلید پیانویی را ارائه کردند که عبارت‌اند از: W_i : عرض کلید ورودی، W_o : عرض کلید خروجی، B_i : طول طره‌های پایین‌دست، B_o : طول طره‌های بالادست، B : طول بالادست و پایین‌دست سرریز، R : ارتفاع دیواره پاراپت، عرض یک سیکل $W_u = W_i + W_o + 2T_s$ ، n : تعداد سیکل، P : ارتفاع سرریز، P_d : ارتفاع سد و T_s : ضخامت تاج جانبی می‌باشد که در شکل ۲ نشان داده شده است (Pralong et al., 2011).



شکل (۲): نمایش سه بعدی از سرریز کلید پیانویی با پارامترهای هندسی (پارالانگ و همکاران، ۲۰۱۱)

بررسی و مقایسه عملکرد هیدرولیک سه‌بعدی سرریز کلید پیانویی انحنادار با سرریزهای کلید پیانویی مستطیلی و دوزنقه‌ای با زاویه دیواره جانبی ۶ درجه حاکی از آن بود که با افزایش زاویه مرکزی سرریز، به دلیل افزایش عرض کلیدهای ورودی و کاهش استغراق موضعی، ضریب تخلیه افزایش می‌یابد (صفرزاده و همکاران، ۱۳۹۳).

طبق تحقیقات و بررسی‌های محققان زاویه دیواره‌های جانبی α به صورت مجزا در راستای افقی و عمودی، یک پارامتر مفید است که افزایش α به اندازه ۵ درجه باعث افزایش ضریب تخلیه تا حدود ۴ درصد می‌شود. در صورتی که افزایش α به اندازه ۱۰/۲۵ درجه، سبب کاهش مقدار ضریب تخلیه از ۵/۵ تا ۸ درصد می‌شود. در نتیجه بهترین محدوده تغییرات α بین صفر تا ۵ درجه می‌باشد (Khassef and Al-Baghdadi, 2015).

سرریز کلید پیانویی در دو مرحله معرفی گردید. در مرحله طراحی، اولین سرریز کلید پیانویی توسط بلانک و لمپرییر طراحی شد (Blanc and Lempérière, 2001). اولین سرریز کلید پیانویی در فاز اجرایی برای اصلاح سرریز سد گلوروس توسط وزارت برق فرانسه طراحی و ساخته شد (Lempérière et al., 2006).

طبق پژوهش‌های بارکودا و همکاران افزایش عرض کلیدهای ورودی سبب بهبود عملکرد سرریز کلید پیانویی و ضریب تخلیه می‌شود (Barcouda et al., 2006).

میشلز و همکاران در حالت طراحی بهینه سرریزهای کلید پیانویی، به این نتیجه رسیدند که بهترین حالت از نظر هیدرولیکی نسبت عرض کلید ورودی به خروجی ۱/۲۵ می‌باشد. ادامه این تحقیقات گویای آن بود که اگر این نسبت برابر واحد باشد، بهترین حالت از نظر فنی و اقتصادی حاصل می‌گردد (Machiels et al., 2012).



مستطیلی است و تأثیرگذارترین عامل در افزایش ضریب تخلیه دیواره‌های جانبی می‌باشند (Le et al., 2021).

جمع‌بندی

از مهم‌ترین نتایج به دست آمده مطالعات گذشته سرریز کلید پیانویی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:
بر اساس تحقیقات بارکودا و همکاران افزایش عرض کلید ورودی باعث عملکرد بهتر سرریز کلید پیانویی می‌شود. میشلز و همکاران با آزمایش‌های خود به این نتیجه رسیدند که بهترین نسبت ارائه شده برای کلید ورودی به خروجی در سرریز کلید پیانویی از نظر هیدرولیکی برابر ۱/۲۵ و از نظر اقتصادی برابر واحد می‌باشد.
طبق تحقیقات و بررسی‌های محققان خاسف و بغدادی، بهترین محدوده تغییرات زاویه α بین صفر تا ۵ درجه به دست آمد.

نتایج حاصل طی تحقیقات و آزمایش‌هایی که توسط صفرزاده و نوروزی صورت گرفت حاکی از آن بود که ظرفیت این نوع سرریزها به ارتفاع آب روی سرریز، ارتفاع کلیدهای ورودی، طول سرریز و عرض جانبی آن بستگی دارد.

تاکنون اکثر تحقیقات روی سرریز کلید پیانویی نوع مستطیلی بوده که در این نوع از سرریزها دیواره‌های جانبی موازی یکدیگرند و از این‌رو در بار آبی بالا، استغراق موضعی رخ می‌دهد و سبب کاهش عملکرد سرریز می‌شود. با تغییر در زوایای دیواره‌های جانبی به صورت همزمان در هر دو راستای افقی و قائم و تبدیل کردن سرریز کلید پیانویی مستطیلی به نوع دوزنقه‌ای می‌توان تغییر در عملکرد سرریز را بررسی کرد که از اهداف و نوآوری این تحقیق می‌باشد.

در پژوهش حاضر تأثیر زوایای دیواره‌های جانبی در راستای افقی و قائم و همچنین به صورت همزمان در هر دو راستای افقی و قائم در سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای روی بار آبی بالادست و ضریب تخلیه مورد مطالعه و آزمایش قرار گرفته و نتایج به دست آمده با سرریز نوع مستطیلی و تحقیقات سایر محققین مقایسه شده است.

طبق تحقیقات و بررسی‌های پژوهشگران، سرریزهای کلید پیانویی نسبت به سرریزهای زیگزاگی پلان مستطیلی از کارایی هیدرولیکی بهتری بهره‌مند می‌باشند، زیرا جریان نزدیک شونده سرریز در طراحی سرریز کلید پیانویی به آرامی توسط کلیدهای ورودی دارای شیب خاص به سمت پایین دست سرریز هدایت می‌شود. همچنین از نظر سازه‌ای نیز فشار کمتری روی سرریز به همراه خواهد داشت و این روند سبب افت انرژی کمتری می‌گردد. در صورتی که جریان نزدیک شونده در سرریزهای زیگزاگی پلان مستطیلی، با اعمال فشار به بدنه‌ی قائم سیکل‌های ورودی، موجب افت انرژی می‌شود و با افزایش تدریجی بار هیدرولیکی، این افت افزایش می‌یابد و باعث کاهش چشمگیر ضریب تخلیه جریان می‌شود (رستمی و همکاران، ۱۳۹۷).

بر اساس بررسی‌های آزمایشگاهی، اثر زاویه دیواره جانبی α و ارتفاع سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای روی بار آبی کل بالادست و ضریب تخلیه جریان سرریز نشان داد که در دبی‌های بالا با یک دبی مشخص، بار آبی در بالادست سرریز کلید پیانویی مستطیلی نسبت به سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای بیشتر است. همچنین سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای با زاویه دیواره جانبی ۱۲ درجه حداکثر ضریب تخلیه جریان را نشان می‌دهد. حداکثر و متوسط ضریب تخلیه جریان در سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای در بار آبی بالا، به ترتیب حدود ۱۴ و ۱۰ درصد از ضریب تخلیه جریان در نوع مستطیلی بیشتر است و مقدار ضریب تخلیه جریان در سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای با افزایش نسبت ارتفاع به عرض یک سیکل P/W_u ، کاهش پیدا (اکبری خیرآبادی و همکاران، ۱۳۹۹).

مقایسه یکسانی بین سرریز کلید پیانویی مستطیلی و سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای شکل انجام شد. طبق نتایج ضریب تخلیه سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای ۲ تا ۱۵ درصد بیشتر از نوع مستطیلی می‌باشد و کارایی بهتری را از خود نشان می‌دهد (Kumar et al., 2020).

در زمینه مقایسه هیدرولیک سرریز زیگزاگی پلان مستطیلی و سرریز کلید پیانویی مستطیلی، سهم تخلیه بر روی تاج کلید ورودی، کلید خروجی و دیواره‌های جانبی در سرریز کلید پیانویی بیشتر از سرریز زیگزاگی پلان

مواد و روش‌ها

آنالیز ابعادی

افزایش ضریب تخلیه سرریز تابع سه عامل است:

۱- خصوصیات جریان

۲- خصوصیات سیال

۳- ابعاد هندسی مدل

خصوصیات جریان: H_t : عمق آب، g : شتاب ثقل زمین، Q :

تخلیه در شرایط جریان آزاد، V : سرعت جریان.

خصوصیات سیال: μ : ویسکوزیته دینامیکی آب، ρ : جرم

مخصوص آب، σ : کشش سطحی آب.

مشخصات ابعاد هندسی: W : عرض سرریز، W_i : عرض کلید

ورودی، W_o : عرض کلید خروجی، B : طول بالادست و

پایین دست سرریز، B_i : طول شیروانی بالادست سرریز، B_o :

طول شیروانی پایین دست سرریز، P : ارتفاع سرریز، L :

طول مؤثر سرریز، T_s : ضخامت سرریز.

در شرایط جریان آزاد، تخلیه سرریز کلید پیاپویی ممکن

است به صورت زیر بیان شود:

$$Q = f(W_i, W_o, H, W, V, L, P, B_i, B_o, T_s, n, B, g, \rho, \sigma, \mu) \quad (1-a)$$

یا

$$f(Q, W_i, W_o, H, W, V, L, P, B_i, B_o, T_s, n, B, g, \rho, \sigma, \mu) = 0 \quad (1-b)$$

با در نظر گرفتن پارامترهای P ، g و ρ به عنوان متغیرهای

تکرار شونده، معادلات ۱-a و ۱-b به صورت زیر بیان

می‌شود:

$$F_1\left(\frac{Q}{\sqrt{g\rho^{2.5}}}, \frac{W_i}{W_o}, \frac{H_t}{P}, \frac{L}{W}\right) = 0 \quad (2-a)$$

یا

$$\frac{Q}{\sqrt{g\rho^{2.5}}} = f\left(\frac{W_i}{W_o}, \frac{H_t}{P}, \frac{L}{W}\right) \quad (2-b)$$

بر اساس بررسی‌های سایر محققین می‌توان از تعدادی

پارامترها صرف نظر نمود. طبق پژوهش‌های آزمایشگاهی که

توسط نواک و همکاران انجام شد، اگر عمق جریان روی

سرریز از ۲ سانتی‌متر بیشتر باشد از کشش سطحی

صرف نظر می‌شود (Novak et al., 2018). برای مقادیر

کمتر از محدوده فوق، بر اساس سرعت جریان آب بر روی

تاج سرریز، از تنش سطحی می‌توان صرف نظر نمود. معمولاً

جریان آب در کانال‌ها در محدوده آشفته می‌باشد و تغییر

ناچیز لزجت تأثیر چندانی در وضعیت جریان ندارد همچنان محدود عدد رینولدز از ۲۰۰۰ بیشتر می‌باشد، که می‌توان از این پارامتر نیز صرف نظر نمود (Hoseini and Abrishami, 2011). با فرض تراکم ناپذیر بودن آب از پارامتر p نیز صرف نظر می‌شود. پارامتر n ، تابعی از نسبت کلید ورودی و کلید خروجی است و می‌توان از آن صرف نظر نمود. به علت ناچیز بودن و ثابت بودن ضخامت دیواره در تمامی مدل‌های فیزیکی، از اثر ضخامت T_s بر روی ضریب تخلیه نیز صرف نظر شده است.

با در نظر گرفتن متغیرهای بی‌بعد، ترکیب و ساده‌سازی برخی از اصطلاحات π در نهایت معادله به شکل زیر حاصل می‌شود:

$$C_d = f\left(\frac{W_i}{W_o}, \frac{H_t}{P}, \frac{L}{W}\right) \quad (3)$$

شرح آزمایش

در این پژوهش از ۶ مدل آزمایشگاهی با سه کلید ورودی کامل و دو، نیم کلید ورودی در کنارها استفاده شده است. تمامی مدل‌های ساخته شده در فاصله ۷ متری از ابتدای فلوم نصب شده و سطح سرریز کاملاً تراز شده است. مدل‌ها با ورق پلکسی گلاس ۴ میلی‌متری به وسیله دستگاه برش لیزری برش داده شدند و با چسب سیلیکون آب‌بندی سرریز به بدنه و کف فلوم انجام شده است. محدوده دبی از ۰/۱۰۵ تا ۰/۵۲۱ مترمکعب بر ثانیه متغیر در نظر گرفته شد و برای هر مدل ۸ دبی اندازه‌گیری شده است.

آزمایش‌ها در فلوم آزمایشگاهی به طول ۹، عرض ۰/۸ و ارتفاع ۰/۶ متر در آزمایشگاه تحقیقاتی سازه‌های هیدرولیکی دانشگاه صنعتی سیرجان انجام شده است. کف این فلوم از جنس پلکسی گلاس می‌باشد و در بدنه فلوم جهت سهولت و مشاهده رفتار هیدرولیکی جریان آب، از صفحات پلکسی گلاس استفاده شده است. کف فلوم، برای مسلط بودن جهت مشاهدات جریان آب در فلوم، از سطح زمین در ارتفاع ۱ متری قرار گرفته است. فلوم از دو مخزن آب که یکی در ابتدا و دیگری در انتهای فلوم می‌باشد، ساخته شده است. برای جلوگیری از نوسانات، تلاطم و آرام کردن سطح آب در مخزن بالادست فلوم از لانه زنبوری استفاده شده و در سطح آب یک ورق یونولیت قرار داده



و در شکل ۴ نمایی از سرریز کلید پیانویی پژوهش حاضر نشان داده شده است.

شده است. در شکل ۳ نمایی از فلوم آزمایشگاه تحقیقاتی سازه‌های هیدرولیکی صنعتی سیرجان نشان داده شده است



شکل (۳): نمایی از فلوم آزمایشگاهی ۹ متری

وسپله‌ی عمق‌سنجی با دقت ۱ میلی‌متر در کانال انجام شده است.

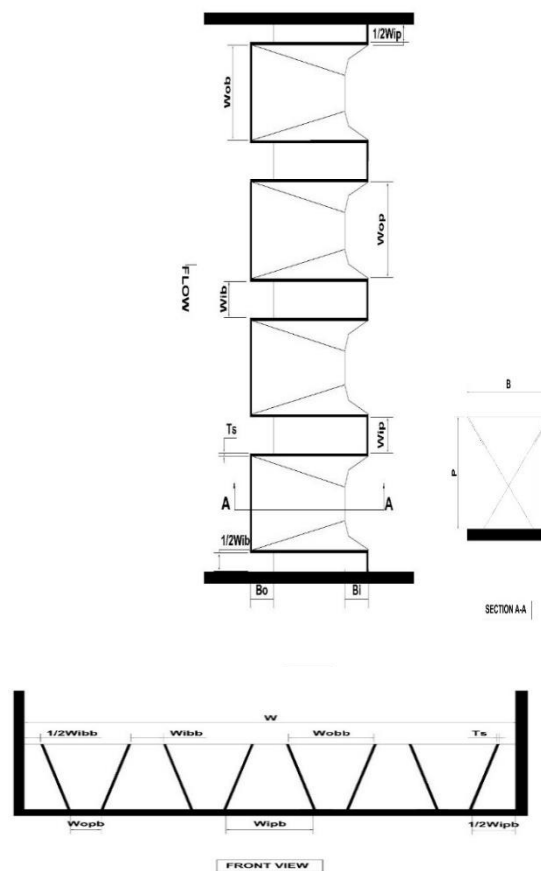
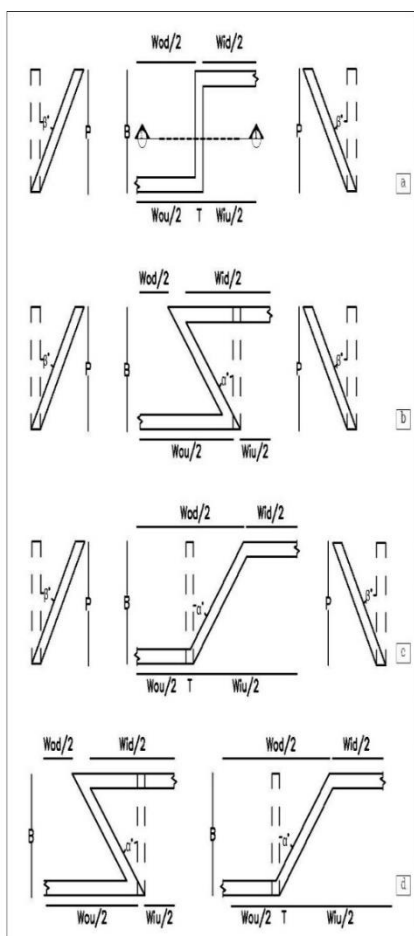
فلوم به دستگاه اندازه‌گیری عمق مجهز می‌باشد. اندازه‌گیری عمق در سه جهت طول، عرض و ارتفاع به



شکل (۴): نمایی از سرریز کلید پیانویی

مشخصات پارامترهای هندسی مورد استفاده در سرریز کلید پیانویی پژوهش حاضر در پلان شکل ۵ به شرح ذیل می‌باشد:

B : طول سرریز، B_i : طول شیروانی بالادست سرریز، B_o : طول شیروانی پایین دست سرریز، W_i : عرض کلید ورودی، W_o : عرض کلید خروجی، W_{ib} : عرض کلید ورودی در تاج بالادست سرریز، W_{ip} : عرض کلید ورودی در پایین دست سرریز، W_{ob} : عرض کلید خروجی در بالادست سرریز، W_{op} : عرض کلید خروجی در پایین دست سرریز، W_{ibb} : عرض کلید ورودی در تاج بالادست سرریز، W_{ipb} : عرض کلید ورودی در کف فلوم بالا دست سرریز، W_{obb} : عرض کلید خروجی در تاج بالا دست سرریز، W_{opb} : عرض کلید خروجی در کف فلوم بالا دست سرریز، T_s : ضخامت سرریز.



شکل (۵): سرریز کلید پیاپویی در سه نما پژوهش حاضر

شکل (۶): جزئیات تغییرات زوایای α و β در چهار حالت سرریز کلید پیاپویی پژوهش حاضر

راستای افقی و عمودی (β/α) : راستای افقی و β : راستای عمودی (ذکر شده است. محاسبه نسبت عرض کلید ورودی به عرض کلید خروجی با توجه به هندسه دوزنقه‌ای شکل این سرریز در دو محدوده تاج سرریز و کف فلوم انجام شد. در تحقیق حاضر با توجه به ابعاد فلوم، زوایای در راستای عمودی و افقی و نسبت عرض کلید ورودی به عرض کلید خروجی (W_i/W_o) به گونه‌ای محاسبه و طراحی شده است تا هندسه دوزنقه‌ای شکل سرریز حفظ گردد که به ترتیب در جدول ۱ بر حسب سانتی‌متر نشان داده شده است. در جدول ۲ مشخصات و پارامترهای هندسی هر یک از مدل‌ها بر حسب سانتی‌متر نشان داده شده است

جزئیات تغییرات زوایای α و β در زمینه طراحی و اجرا در سه حالت زاویه عمود، حاد و باز و چهار حالت ذکر شده در شکل ۶ شامل (a) زاویه دیواره در راستای افقی صفر و در راستای عمودی در دو حالت ساعتگرد و پادساعتگرد، (b) زاویه دیواره در راستای افقی بزرگ‌تر از صفر و در راستای عمودی در دو حالت ساعتگرد و پادساعتگرد، (c) زاویه دیواره در راستای افقی کوچک‌تر از صفر و در راستای عمودی در دو حالت ساعتگرد و پادساعتگرد و (d) زاویه دیواره در راستای افقی بزرگ‌تر از صفر و در راستای عمودی صفر محاسبه و آزمایش شد

زوایای دیواره جانبی مورد بررسی در هر مدل به صورت اندیس در زیر طبقه‌بندی P به ترتیب از چپ به راست در

جدول (۱): مشخصات ضرایب هیدرولیکی در سرریزهای کلید پینوئی

Models P		Models P	
Wi/Wo		Wi/Wo	
۰/۳۷	P _{۹۰.۱۳}	۰/۷۹	M
۲/۸۶		۰/۷۹	
۱/۲۴	P _{۳۹۰}	۲/۲۹	P _{۵۰۵}
۱/۰۹		۴/۷۶	
۰/۲۳	P _{۳۱۱}	۱/۵۹	P _{۷۱۱}
۱/۶۱		۱۰/۲۲	

است. جهت چرخش دیواره‌ها در راستای افقی و قائم همچنین هندسه دوزنقه‌ای شکل این سرریز سبب شده است تا عرض کلیدهای ورودی از تاج سرریز به سمت کف فلووم افزایش پیدا کند و طبق پژوهش‌های بارکودا و همکاران افزایش عرض کلیدهای ورودی سبب بهبود عملکرد سرریز و ضریب تخلیه می‌شود (Barcouda et al., 2006).

همچنین در مدل‌های ساخته شده عرض کلید ورودی نسبت به عرض کلید خروجی در تاج سرریز کمتر است و این عرض با نزدیک شدن به کف فلووم افزایش می‌یابد. ارتفاع مدل‌ها برابر ۲۰ سانتی‌متر است. طول تاج‌ها و ضریب هیدرولیکی (نسبت عرض کلید ورودی به عرض کلید خروجی) در تمامی مدل‌ها متغیر در نظر گرفته شده است. در شکل ۷ نمایی از سرریز کلید پینوئی با زاویه دیواره در راستای افقی $\alpha=3^\circ$ و راستای عمودی $\beta=11^\circ$ نشان داده شده



شکل (۷): سرریز کلید پینوئی با زاویه دیواره $\alpha=3^\circ$ و $\beta=11^\circ$

جدول (۲): مشخصات پارامترهای هندسی با زوایای متفاوت در سرریز کلید پیانویی

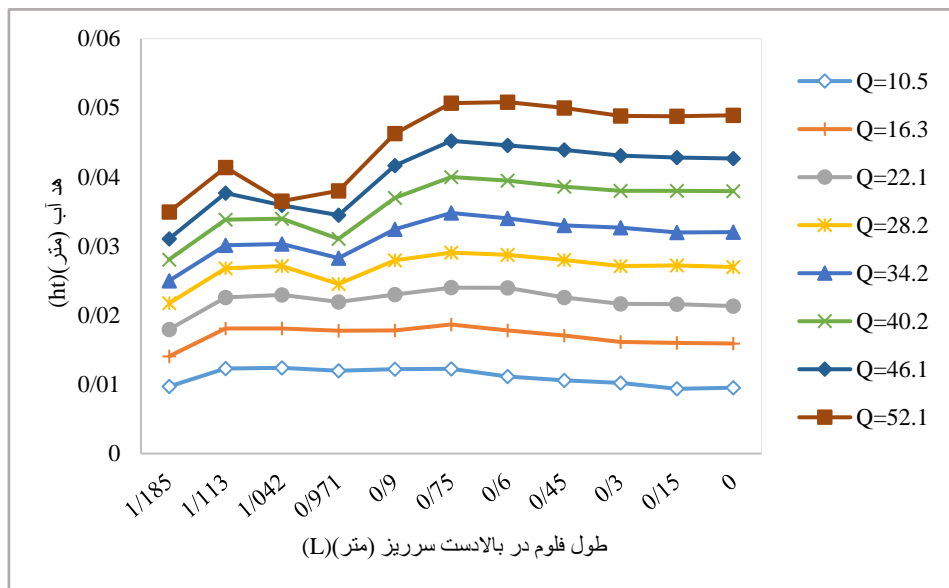
Model	Wi	Wo	Wi/Wo	L	N=L/W	α	β
M _P	۸/۵۰	۱۰/۷۰	۰/۷۹	۳۰۴/۸	۳۸۱/۰	۰	۰
P _{.۵۰۵}	۱۳/۲۹	۵/۸۰	۲/۲۹	۲۸۴/۴	۳۵۵/۵	۵°	۵°
P _{.۷۱۰}	۱۱/۷۴	۷/۳۵	۱/۵۹	۲۷۶/۴	۳۴۵/۵	۷°	۱۰°
P _{۹۰.۱۳}	۵/۳۰	۱۳/۹۹	۰/۳۷	۳۰۴/۸	۳۸۱/۰	۰	۱۳°
P _{.۳۹۰}	۱۰/۵۸	۸/۵۱	۱/۲۴	۲۹۲/۴	۳۶۵/۵	۳°	۰
P _{.۳۱۱}	۳/۶۸	۱۵/۶۱	۰/۲۳	۳۱۷/۱	۳۹۶/۴	۳°	۱۱°

تاج بالادست سرریز تا فاصله ۱/۱۸۵ متری که لبه تاج پایین دست سرریز می باشد (لبه تاج بالا دست سرریز در نقطه ۰/۹ متری و لبه تاج پایین دست سرریز در نقطه ۱/۱۸۵ متری قرار دارد)، انجام شده است. عمق آب به تدریج از نقطه ۱۵ سانتی متری قبل از لبه تاج بالادست سرریز رو به افزایش می باشد و بیشترین هد آب در نقطه ۷۵ سانتی متری قبل از لبه بالادست سرریز مشاهده می شود. حداقل عمق آب در دبی های پایین با تغییرات ملایم تری به سمت پایین دست سرریز تغییر مکان می دهد که با افزایش دبی این تغییرات با شیب بیشتری نمایان می شوند. نتایج به دست آمده پروفیل سطح آب در سرریز کلید پیانویی با نتایج آزمایش های پرهام مطابقت دارد (پرهام، ۱۳۹۷).

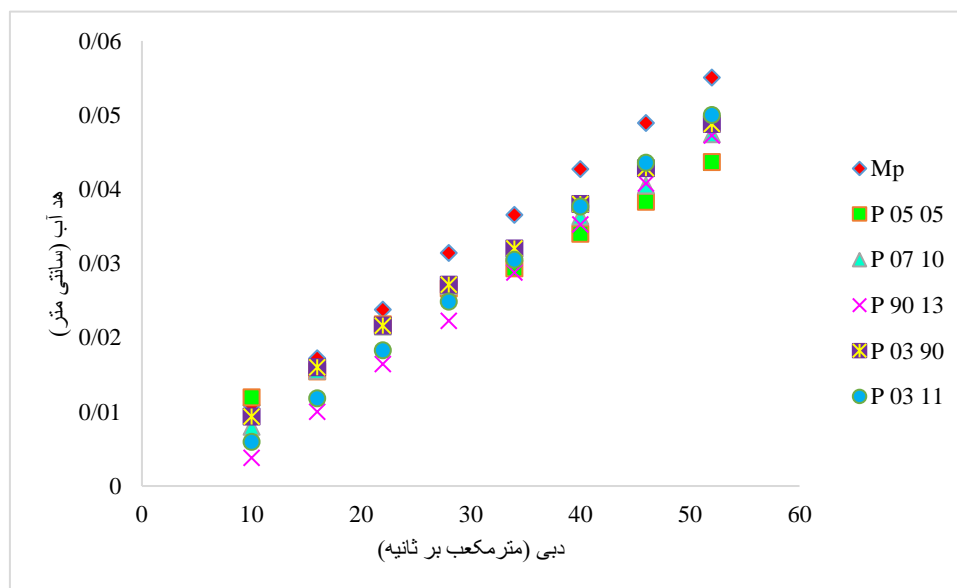
بحث و نتایج

نتایج حاصل از آزمایش پروفیل سطح آب در هشت دبی با اندازه های ۰/۰۱۰۵، ۰/۰۱۶۳، ۰/۰۲۲۱، ۰/۰۲۸۲، ۰/۰۳۴۲، ۰/۰۴۰۲، ۰/۰۴۶۱ و ۰/۰۵۲۱ مترمکعب بر ثانیه آزمایش شده است.

بر اساس نتایج شکل ۸ پروفیل سطح آب در کمترین دبی تقریباً به صورت افقی می باشد و با افزایش دبی، به تدریج انحنای سطح آب بیشتر می شود. با توجه به این که از فاصله ۱/۲ متری قبل سرریز نرخ تغییرات پروفیل سطح آب اندک بوده است (Anderson, 2011) اندازه گیری پروفیل سطح آب، از نقطه صفر در فاصله ۹۰ سانتی متری



شکل (۸): پروفیل عمق آب با زوایای دیواره $\alpha=3^\circ$ و $\beta=0$

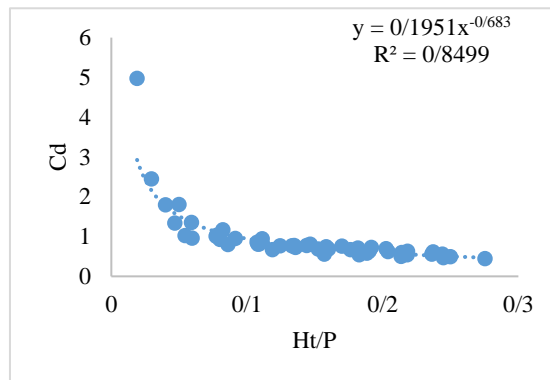


شکل (۹): نمودار منحنی دبی - اشل

و نسبت عرض کلید ورودی به عرض کلید خروجی $1/24$ (سانتی‌متر) در دبی‌های بالای سرریز کلید پیانویی مستطیلی، تداخل جریان‌های عبوری از روی کلید خروجی و دیواره‌های جانبی به دلیل موازی بودن دیواره‌های جانبی با یکدیگر، باعث کاهش ضریب تخلیه جریان و افزایش عمق آب در بالادست سرریز می‌شود (اکبری خیرآبادی و همکاران، ۱۳۹۹). نمودار تغییرات ضریب تخلیه (C_d) در برابر عمق آب (H_t) در شکل ۱۰ نشان داده شده است. بر

بر اساس نتایج شکل ۹ در دبی ثابت، مدلی که هد آب پایین‌تری را نشان می‌دهد، کارایی بهتری دارد. همچنین با توجه به شیب منحنی دبی - اشل، در دبی‌های کم (پروفیل سطح آب تقریباً افقی می‌باشد)، سرریز کلید پیانویی مدل P ۹۰ ۱۳ و در دبی‌های بالا (تغییرات پروفیل سطح آب به تدریج رو به افزایش است)، مدل P ۵۰ ۵ عملکرد بهتری را نشان می‌دهد.

در دبی‌های بالا، بار آبی در سرریز کلید پیانویی مستطیلی بیشتر از سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای می‌باشد، و با افزایش بار آبی تداخل جریان‌های عبوری بیشتر می‌شود و در نتیجه ضریب C_d کاهش می‌یابد. ضریب تخلیه در دبی‌های بالا سرریزهای دوزنقه‌ای با زاویه دیواره‌های جانبی در راستای افقی و قائم در مدل‌های ۱۳، ۹۰، ۱۱، ۳، ۱۰، P، ۰.۷، P، ۰.۳، ۰.۵ و P به ترتیب برابر با ۲۵/۹، ۱۱/۱، ۳۷/۹، ۲۴/۹ و ۴۱/۶ درصد به دست آمده است.



شکل (۱۰): نمودار تغییرات ضریب تخلیه (C_d) نسبت به عمق آب (H_t)

$RMSE=0.031$ و متوسط انحراف مطلق $MAD=0.027$ دقت قابل قبولی را در این مدل‌ها نشان می‌دهد.

مقایسه با سایر پژوهش‌ها

در شکل ۱۱ تغییرات ضریب تخلیه C_d در برابر نسبت H_t/P در سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای و مستطیلی پژوهش حاضر با نتایج پژوهش‌های اکبری خیرآبادی و همکاران (۱۳۹۹) و Khassef and Al-Baghdadi (2015) مقایسه شده است. تفاوت این تحقیق با دو پژوهش یاد شده در هندسه، راستای زاویه دیواره‌ها و میزان تغییر در زوایای استفاده شده می‌باشد.

بر اساس شکل ۱۱ سرریزها در پژوهش اکبری خیرآبادی در چهار زاویه ۴، ۸، ۱۲ و ۱۴ درجه در راستای قائم مورد بررسی قرار گرفتند و حداکثر ضریب تخلیه به ترتیب ۰/۵۴، ۰/۵۸، ۰/۶۱ و ۰/۵۹ به دست آمده است. در یک نسبت مشخص H_t/P ، سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای با زاویه ۱۲ درجه ضریب تخلیه و عملکرد بهتری را نسبت به سرریز کلید پیانویی مستطیلی نشان داده است. همچنین با توجه به شکل ۱۱ افزایش نسبت H_t/P سبب کاهش میزان

اساس نتایج حاصل از آزمایش‌ها و نمودار شکل ۱۰ در نسبت‌های کم H_t/P ، تیغه‌های ریزشی جریان با یکدیگر برخورد و تداخل ندارند و سرریز بیشترین ضریب تخلیه را نشان می‌دهد. به تدریج با افزایش نسبت H_t/P ، تیغه‌های ریزشی جریان در کلیدهای خروجی با یکدیگر شروع به برخورد و تداخل کرده که نتیجه این برخوردها بالازدگی جریان و کاهش ضریب تخلیه است.

با استفاده از نرم‌افزار آماری ایویوز به روش حداقل مربعات، تحلیل آماری روی داده‌ها و پارامترهای بی‌بعد شده، ضریب تخلیه در سرریز کلید پیانویی به شکل معادله ۴ به دست آمده است. بر اساس نتایج نسبت طول تاج به عرض سرریز $\frac{L}{W}=5/66\%$ بیشترین عامل مؤثر در ضریب تخلیه می‌باشد و همچنین با افزایش بار آبی و ثابت فرض کردن ارتفاع سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای با زوایای دیواره متفاوت، نسبت عمق آب به ارتفاع سرریز با مقدار $=5/24\%$ $\frac{H_t}{P}$ ، سبب کاهش ضریب تخلیه می‌شود. همچنین زاویه در راستای عمودی $\beta=2/82\%$ تأثیر بیشتری نسبت به راستای افقی $\alpha=1/04\%$ در افزایش ضریب تخلیه دارد.

محدوده مجاز کاربرد این معادله $0.19 \leq \frac{H_t}{P} \leq 0.275$ می‌باشد.

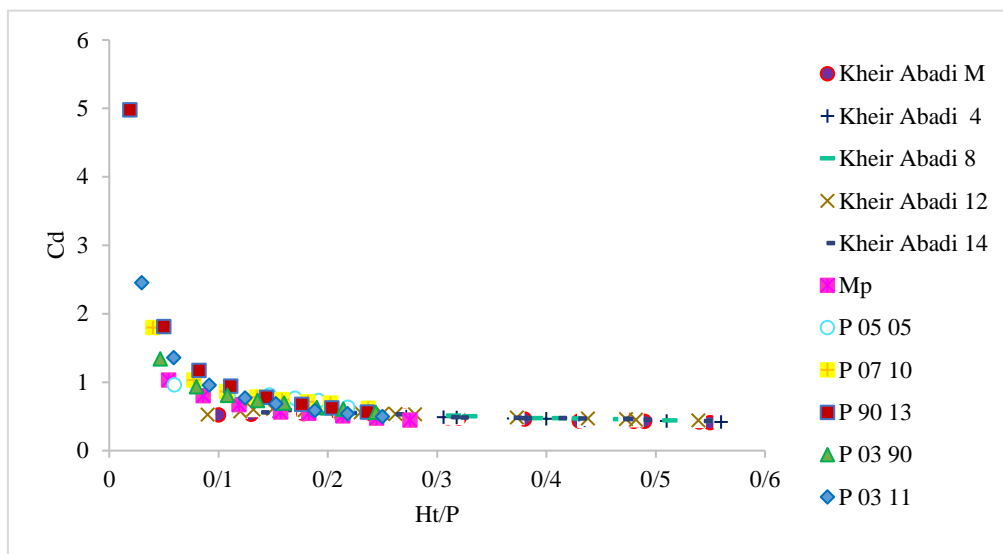
$$C_d = -6.22 \left(\frac{H_t}{P} \right) + 0.42 \left(\frac{L}{W} \right) + 14.83 \left(\frac{W_i}{W_o} \right) - 2.80\alpha + 2.13\beta \quad (4)$$

ضریب همبستگی پیرسون $R^2=0.844$ ، متوسط درصد خطای مطلق $MAPE=0.042$ ، جذر میانگین مربعات خطا



مستطیلی نشان داده است. همچنین تغییر زاویه در راستای عمود نسبت به راستای افقی تأثیر بیشتری در افزایش ضریب تخلیه نشان داد که با نتایج حاصل از پژوهش حاضر همخوانی دارد

C_d شده است. در پژوهشی که توسط (Khassef and Al-Baghdadi, 2015) انجام گردید، تغییر زاویه بر روی دیواره سرریزهای کلید پیانویی در راستای افقی و قائم به صورت مجزا و به ترتیب در دو زاویه ۵ و ۱۰ درجه مورد بررسی قرار گرفت. طبق نتایج، سرریز کلید پیانویی دوزنقه-ای ضریب تخلیه بیشتری را نسبت به سرریز کلید پیانویی



شکل (۱۱): مقایسه ضرایب تخلیه C_d به دست آمده با تحقیقات گذشته

تحقیقاتی انجام نشده است لذا این مقایسه‌ها در یک راستا انجام شد

در یک محدوده معین عرضی، با توجه به یکسان بودن جنس سرریزها، با افزایش زاویه دیواره در راستای عمودی ضریب تخلیه روند صعودی پیدا می‌کند.

بر اساس نتایج به دست آمده از نرم‌افزار ایویوز، نسبت طول تاج به عرض سرریز با مقدار $\frac{L}{W} = 5/66\%$ بیشترین عامل مؤثر در ضریب تخلیه می‌باشد و همچنین با افزایش بار آبی و ثابت فرض کردن ارتفاع سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای با زوایای دیواره متفاوت باعث می‌شود تا نسبت عمق آب به ارتفاع سرریز با مقدار $\frac{H_t}{P} = 5/24\%$ درصد، سبب کاهش ضریب تخلیه شود. همچنین با توجه به نتایج حاصل از نرم

بر اساس مطالعات انجام شده از پژوهش‌های سایر محققین، از آنجایی که در زمینه بررسی تغییر زاویه دیواره جانبی به صورت هم‌زمان، در دو راستای افقی و قائم

نتیجه‌گیری

نتایج نشان داد که در یک دبی مشخص، بار آبی کل بالادست در سرریز کلید پیانویی مستطیلی بیشتر از نوع دوزنقه‌ای است و با افزایش دبی، مینیمم عمق جریان به سمت پایین‌دست سرریز تغییر مکان می‌دهد. بر اساس نتایج حاصل از نمودارها کم‌ترین هد آب و بیشترین ضریب تخلیه در دبی‌های کم، مربوط به سرریز کلید پیانویی مدل P ۹۰.۱۳ و در دبی‌های بالا، مربوط به مدل P ۰۵.۰۵ می‌باشد، در نتیجه در سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای با زوایای دیواره متفاوت ضریب تخلیه بیشتر از سرریز کلید پیانویی مستطیلی است.



نتایج به دست آمده از نرم افزار ایویوز و مقایسه تأثیر زاویه دیواره و نسبت عرض کلید ورودی به عرض کلید خروجی در سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای با سرریز کلید پیانویی مستطیلی روی ضریب تخلیه با مقادیر $\frac{W_i}{W_o} = 0.84\%$ ، $\beta = 2/82$ و $\alpha = 1/0.4$ ، گویای آن است که تأثیر زاویه دیواره بیشتر است.

افزار آماری ایویوز، افزایش زاویه در راستای عمودی $\beta = 2/82$ تأثیر بیشتری نسبت به راستای افقی دارد. افزایش عرض کلیدهای ورودی سبب بهبود عملکرد سرریز کلید پیانویی و ضریب تخلیه می‌شود (Barcouda et al, 2006) در نتایج حاصل از تحقیق حاضر در سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای که عرض کلید ورودی در کف فلوم، بیشتر از عرض کلید ورودی در تاج بالا دست سرریز و برعکس است، ضریب تخلیه $C_d = 41/6$ درصد نسبت به سرریز کلید پیانویی مستطیلی بیشتر می‌باشد.

منابع

- ابریشمی، ج.، و م. حسینی. ۱۳۹۰. هیدرولیک کانال‌های باز. چاپ سی و سوم، انتشارات دانشگاه امام رضا مشهد، ۶۱۴ ص.
- اکبری خیرآبادی، م.، کرمی مقدم، م.، سبزواری، ت.، و ز. مقدم پور. ۱۳۹۹. بررسی آزمایشگاهی تأثیر زاویه دیواره جانبی و ارتفاع سرریز بر مقدار بار آبی و ضریب تخلیه جریان در سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای. نشریه تحقیقات مهندسی سازه‌های آبیاری و زهکشی، جلد ۲۱، شماره ۷۹، ص ۹۳-۱۱۰.
- رستمی، ج.، حیدرنازاد، م.، پور محمدی، م.، ح. کمان بدست، الف، ع.، و الف. بردبار. ۱۳۹۷. بررسی آزمایشگاهی ضریب تخلیه جریان در سرریزهای تک و دو سیکل کلید پیانویی و مقایسه آن با سرریز زیگزاگی پلان مستطیلی. نشریه تحقیقات مهندسی سازه‌های آبیاری و زهکشی، دوره ۱۹، شماره ۷۱، ص ۵۱-۶۶.
- صفرزاده، الف.، نوروزی، ب.، و ن. الف. شاهبازی. ۱۳۹۳. مدل‌سازی عددی جریان روی سرریز کلید پیانویی انحنادار در پلان با استفاده از مدل سه بعدی. نشریه هیدرولیک، جلد ۹، شماره ۳، ص ۶۱-۷۹.
- کبیری سامانی، ع.، و الف. جواهری. ۱۳۹۰. هیدرولیک جریان بر روی سرریزهای کلید پیانویی. رساله کارشناسی ارشد سازه‌های هیدرولیکی. دانشگاه صنعتی اصفهان.
- م. پرهام. ۱۳۹۷. بررسی آزمایشگاهی تأثیر شکل تاج سرریز کلید پیانویی مثلثی، نیم دایره‌ای و دوزنقه‌ای بر روی ضریب تخلیه دبی جریان. رساله کارشناسی ارشد سازه‌های هیدرولیکی. دانشگاه صنعتی سیرجان.
- Anderson, R. and B. Tullis. 2012. Piano Key Weir: Reservoir versus channel application. *J. Irrig. Drain Eng.*, 138(8): 773-776.
- Blanc, P. and F. Lempérière. 2001. Labyrinth spillways have a promising future. *International Journal on Hydropower and Dams*, 8(4): 129-131.
- Crookston, B. M., Anderson, R. M., and B. P. Tullis. 2018. Free-flow discharge estimation method for piano key weir ies. *Journal of Hydro-environment Research*, 19, 160167.
- Khassaf, S. I., and M. B. Al-Baghdadi. 2015. Experimental Study of non-Rectangular Piano Key Weir Discharge Coefficient. *International Journal of Energy and Environment*, 6(5): 425.
- Kumar, M. Sihag, P. Tiwari, N. and S. Ranjan. 2020. Experimental Study and Modelling Discharge Coefcient of Trapezoidal and Rectangular Piano Key Weirs. *Applied Water Science*, 10: 1-9.
- Laugier, F., Lochu, A., Gille, C., Leite Ribeiro, M., and J. L. Boillat. 2009. Design and construction of a labyrinth PKW spillway at St-Marc Dam. *J. Hydropower Dams*. 15: 5. 100-107.
- Le, A. T., Hiramatsu, K., and T. Nishiyama. 2021. Hydraulic Comparison Between Piano Key Weir and Rectangular Labyrinth Weir. *International Journal of GEOMATE*, 20(82): 153-160.
- Leite Ribeiro, M. Bieri, M. Boillat, J. L. Schleiss, A. Singhal, G. and N. Sharma. 2012. Discharge Capacity of Piano Key Weirs. *Journal of Hydraulic Engineering*, 138(2): 199-203.
- Lemperiere, F. and A. Ouamane. 2006. Design of a new economic shape of weir. *The International Symposium on Dams in the Societies of the 21st Century*, Barcelona.



Machiels, O., Erpicum, S., Pirotton, M., Dewals, B., and P. Archambeau. 2012. Experimental Analysis of PKW Hydraulic Performance and Geometric Parameters Optimum. Paper Presented at the Proceedings of International Workshop on Piano Key Weir for In-stream Storage and Dam Safety-PKWISD.

Novak, P. Guinot, V. Jeffrey, A. and D. E. Reeve. 2018. Hydraulic Modelling –An Introduction: Principles, Methods and Applications. Spon Press. New York.

Pralong, J., Vermeulen, J., Blancher, B., Laugier, F., Erpicum, S., Machiels, O., Pirotton, M., Boillat, J. L., Leite Ribeiro, M. and A.J. Schleiss. 2011. A naming convention for the piano key weirs geometrical parameters. Proc. Int. Conf. In Labyrinth and Piano Key Weirs Liège B, 271–278.

R. Anderson. 2011. Piano Key Weir Head Discharge Relationships. Master of science thesis, Civil and Environmental Engineering Department, Utah State University.